

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СПЛАЙН-ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

ДИСЦИПЛІНИ ВІЛЬНОГО ВИБОРУ СТУДЕНТА

КИЇВ-2016

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної фізики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Голова вченої ради механіко-математичного
факультету _____ проф. Городній М.Ф.

СПЛАЙН-ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ВІЛЬНОГО ВИБОРУ
освітньо-професійних програм підготовки бакалаврів математики
5 курс, II семестр (заочне відділення)

Затверджено
вченою радою
механіко-математичного факультету
протокол №__ від “__” _____ 2016

Викладач: к.ф.-м.н., доцент Довгий Б.П.

Погоджено
з науково-методичною комісією
“__” _____ 2016р.
_____ проф. Курченко О.О.

Київ-2016

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна вільного вибору студента «Сплайн-функції і їх застосування» читається для студентів, які навчаються по спеціальності „математика” механіко-математичного факультету та спеціалізуються по кафедрі математичної фізики. Викладається дисципліна у другому семестрі 5-го курсу в обсязі 2,5 кредиту (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). Загальна кількість годин – 90, в тому числі 12 години лекцій, 4 години практичних занять, 74 години самостійних робіт. Викладання базується на матеріалах лекцій та практичних занять.

Мета і завдання дисципліни вільного вибору

В результаті вивчення курсу студенти повинні:

- оволодіти теоретичними основами наближення функцій з допомогою сплайнів;
- навчитись застосовувати сплайн-функції для чисельного розв'язування конкретних задач інтерполяції, диференціювання, інтегрування, крайових задач для ЗДР, інтегральних рівнянь;
- використовувати пакети комп'ютерної математики для обчислень з сплайн-функціями як з допомогою наявних вбудованих функцій так і створюючи власні алгоритми.

Предмет дисципліни вільного вибору

«Сплайн-функції і їх застосування» включає:

- математичні основи побудови сплайнів, інтерполяційних сплайнів, оцінки похибки для різних варіантів гладкості функції яку апроксимуємо, існування та єдиності при різних варіантах крайових умов, збіжність;
- застосування сплайн-функції в інтерполяції, чисельному диференціюванні і інтегруванні, наближеному розв'язуванні крайових задач для ЗДР і інтегральних рівнянь;
- використання пакету MATLAB на практичних заняттях для виконання студентами індивідуальних завдань по застосуванню сплайн-функцій до розв'язування конкретних математичних задач.

Вимоги до знань та вмінь.

Знати: теоретичні основи сплайн-функцій.

Вміти: використовувати сплайн-функції при розв'язуванні задач інтерполяції, чисельного диференціювання і інтегрування, наближеного розв'язування крайових задач для ЗДР і коректних інтегральних рівнянь.

Система контролю знань. Навчальна дисципліна оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Складається з одного модуля, до якого входить 5 тем.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюється за 100-бальною шкалою.

Форми поточного контролю: оцінка виконання домашніх самостійних завдань здійснюється наступним чином:

<i>№</i>	<i>Тема завдання</i>	<i>Бал</i>
1	Побудова квадратичного ІС і використання його для інтерполювання	4
2	Побудова кубічного сплайну для різних варіантів крайових умов	12
3	Застосування сплайнів для чисельного інтегрування	8
4	Використання сплайн-колокації для розв'язування крайової задачі ЗДР	10
5	Заміна шуканої функції лінійним сплайном при розв'язуванні рівняння Фредгольма II-го роду	16

За виконання домашніх самостійних завдань студент може отримати максимальний рейтинг - 50 балів.

Модульний контроль: За виконання модульної контрольної роботи студент може отримати максимальний рейтинг - 10 балів.

Загальний рейтинг навчальної діяльності студентів в семестрі – сума рейтингу виконаних домашніх самостійних завдань та модульної контрольної роботи становить 60 балів.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
Модуль 1. Сплайн-функції і їх застосування				
1.	Деякі приклади обмеженості практичного застосування інтерполяційних поліномів і мотивація введення сплайнів. Основні означення. Варіанти побудови кубічних сплайнів з урахуванням крайових умов. Існування та єдиність. Вбудовані функції в MATLAB для по-	2		10

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Само-стійна робота
	будови інтерполяційного сплайну (ІС).			
2.	Оцінка похибки ІС (лінійних, кубічних) для різних варіантів гладкості апроксимаційної функції. Збіжність і екстремальна властивість ІС. Використання ІС степеня 1, 2, 3 для інтерполяції функції.	2	1	10
3.	Методи чисельного диференціювання і інтегрування з використанням сплайн-функцій. Оцінка похибки.	2	1	12
4.	Метод сплайн-колокації розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Метод скінченних елементів.	2	1	12
5.	Використання сплайнів для розв'язування коректних інтегральних рівнянь: метод колокації; заміна шуканої функції лінійним сплайном. Реалізація алгоритмів в мові пакета MATLAB.	2	1	10
5.	Заміна шуканої функції кубічним сплайном при розв'язуванні інтегрального рівняння Фредгольма II-го роду.	2		14
Всього годин за семестр 19, з них		12	4	3

ТЕМИ ЛЕКЦІЙ, ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Лекція 1. Сплайн. Основні означення та побудова – 2 год.

Введення в дисципліну. Деякі приклади обмеженості практичного застосування інтерполяційних поліномів і мотивація введення сплайнів. Основні означення. Варіанти побудови кубічних сплайнів з урахуванням крайових умов. Існування та єдиність. Вбудовані функції в MATLAB для побудови ІС.

Лекція 2. Оцінка похибки, збіжність і застосування ІС для інтерполювання – 2 год.

Оцінка похибки ІС (лінійних, кубічних) для різних варіантів гладкості апроксимаційної функції. Збіжність і екстремальні властивості ІС. Використання ІС степеня 1, 2, 3 для інтерполяції функції.

Лекція 3. Методи чисельного диференціювання і інтегрування з використанням сплайн-функцій. Оцінка похибки - 2 год

Практичне заняття - 2 год.

ПЗ 1. – Використання вбудованих функцій MATLAB і власних алгоритмів для застосування ІС степеня 1, 2, 3 при інтерполяції таблично-заданої функції .. – 2 год.

Лекція 4. Застосування сплайнів для розв'язування крайових задач ЗДР – 2 год.

Метод сплайн-колокації розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Метод скінченних елементів.

Лекція 5. Розв'язування коректних інтегральних рівнянь з допомогою сплайнів – 2 год.

Метод заміни шуканої функції при розв'язуванні коректних інтегральних рівнянь: метод колокації; використання лінійного сплайну. Реалізація цих алгоритмів в мові математичного пакета MATLAB.

ПЗ 2. Застосування сплайн-функцій при розв'язанні крайових задач ЗДР і коректних інтегральних рівнянь – 2 год.

Лекція 6. Застосування кубічного сплайну при розв'язуванні інтегрального рівняння Фредгольма II-го роду – 2 год.

Заміна шуканої функції кубічним сплайном при розв'язуванні інтегрального рівняння Фредгольма II-го роду

Самостійна робота з вивчення матеріалу - 74 год.

У тому числі :

1. Реалізація в MATLAB кусково-поліноміальної апроксимації табличної функції з допомогою вбудованої функції *interp1*- 2 год.
2. Знаходження коефіцієнтів кубічних сплайнів з допомогою вбудованої функції MATLAB *spline*, *pchip*- 2 год.
3. Обчислення значень апроксимуючої функції з допомогою вбудованої функції MATLAB *ppval* - 2 год.

4. Вивчення теоретичного курсу і оволодіння практичними навичками використання сплайн-функцій - 68 год.

Література: [1], [2], [3], [4].

ТАБЛИЦЯ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАННЯ СТУДЕНТА З ДВВС "СПЛАЙН-ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ"

РЕЙТИНГ

Вид контролю	Рейтинг (максимум)	Кількість	Всього балів (максимум)
Самостійні роботи :			
№ 1	4	1	4
№ 2	12	1	12
№ 3	8	1	8
№ 4	10	1	10
№ 5	16	1	16
Модульна контрольна робота	10	1	1
Залік	40	1	40
Всього (максимум)			100

ОЦІНКА

Бали	Оцінка
1-19	"незараховано " з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
20-59	"незараховано " з можливістю повторного складання заліку
60-100	" зараховано " з можливістю складання заліку

Студент, який отримав менш 20 балів в сумі за змістовні модулі семестру та самостійні роботи, не допускається до складання заліку (екзамену).

ПИТАННЯ ДО ЗАЛІКУ

1. Основні означення сплайну та побудова ІС 1, 2, 3 порядку.
2. Існування та єдиність ІС.
3. Оцінка похибки ІС (лінійних, кубічних) для різних варіантів гладкості апроксимаційної функції.
4. Збіжність ІС.
5. Застосування ІС для інтерполювання.
6. Використання ІС степеня 1, 2, 3 для інтерполяції функції.
7. Методи чисельного диференціювання з використанням сплайн-функцій.
8. Методи чисельного інтегрування з використанням сплайн-функцій.
9. Метод сплайн-колокації розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.
10. Метод скінченних елементів.
11. Розв'язування коректних інтегральних рівнянь методом колокації.
12. Розв'язування коректних інтегральних рівнянь методом заміни шуканої функції на лінійний сплайн.

ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

а) основна література:

1. Ю.С.Завялов, Б.И.Квасов, В.Л.Мирошниченко. Методы сплайн-функций. -М.:Наука, 1980. -430 с.
2. А.А.Самарский, Е.С.Николаев. Методы решения сеточных уравнений. - М.:Наука, 1978. - 592 с.
3. В.В.Попов. Методи обчислень. Київ:Київський університет,2012. –303 с.
4. Б.П.Довгий, Є.С.Вакал, Ю.Є.Вакал, А.В.Попов. Використання математичного пакета MATLAB для розв'язування прикладних задач. – Київ: Фітосоціоцентр, 2012. -78 с.

б) додаткова література:

1. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения– М.: Мир. 1972. – 312с.

2. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения. – М.: Наука. 1984. – 352с.
3. Попов В.В. Сплайн-функції. Internet-сторінка кафедри математичної фізики сайту www.univ.kiev.ua.

Затверджено на засіданні кафедри математичної фізики,
протокол № 9 від 29 квітня 2015

Завідувач кафедри математичної фізики
доктор фізико-математичних наук, професор

Самойленко В.Г.